福

# Glück gehabt?

Jörg J. Buchholz

23. März 2014

## 1 Worum gehts?

Das individuelle Streben nach Glück ist wohl eine der stärksten menschlichen Triebfedern. Wir wollen daher versuchen, ein mathematisches Modell zu entwickeln, das die Abhängigkeit unseres persönlichen Glücksempfindens von unseren momentanen Lebensumständen beschreibt. Die Variablen $L$ und $G$ sollen dabei Synonyme für folgende Begriffe sein:

$L$: Lebensumstände, Reichtum, Gesundheit, Fülle, Zustand ...

$G$: Glück, Zufriedenheit, Freude, Wohlbefinden, Gefühl ...

## 2 Je desto

Der nächstliegendste Ansatz geht davon aus, dass unsere Zufriedenheit $G(t)$ proportional zu unseren Lebensumständen $L(t)$ wächst und sinkt:

$$G(t) = k \cdot L(t) \tag{1}$$

Der konstante Proportionalitätsfaktor $k$ gibt dabei an, wie viel Glück wir unter bestimmten Lebensumständen empfinden.[1] Dieses mathematische Modell ist verlockend

[1]Streng genommen müssten wir an dieser Stelle erst einmal die physikalischen Einheiten von Lebensumständen und Glück definieren, da $k$ ja nicht nur einen Zahlenwert besitzt, sondern auch die Einheit

einfach, wird von vielen Menschen als Lebensweisheit verfolgt und hat eigentlich nur einen Nachteil: Es ist falsch. Gleichung (1) würde schließlich bedeuten, dass ein sehr reicher Mensch auch immer sehr glücklich sein müsste und ein völlig armer Mensch niemals Lebensfreude empfinden könnte. Unsere Erfahrung zeigt uns aber, dass ein hungerndes Kind in einem Entwicklungsland sehr wohl froh über eine zusätzliche Schale Hirse sein kann, während ein Multimillionär seinen Sportwagen mit voller Absicht gegen einen Brückenpfeiler lenken mag, weil er todunglücklich ist.

# 3 Panta rhei

Wenn es also nicht der Absolutwert der Lebensumstände selbst ist, der Glück hervorruft, dann ist es vielleicht die Veränderung der Lebensumstände:

- Wenn sich unsere Lebenssituation gerade verbessert, empfinden wir Glück.
- Wenn sich unsere Lebenssituation gerade verschlechtert, empfinden wir Unglück.
- Wenn sich unsere Lebenssituation gerade nicht verändert, empfinden wir weder Glück noch Unglück.

Dieser Ansatz berücksichtigt die Tatsache, dass wir Menschen ausgesprochen anpassungsfähig sind und uns an praktisch jede Lebenssituation in kurzer Zeit gewöhnen können. Schon 500 Jahre vor unserer Zeitrechnung vertrat der chinesische Philosoph Konfuzius eine ähnliche Sichtweise: „Wer ständig glücklich sein möchte, muss sich oft verändern."

## 3.1 Frau Mustermann und ihr Kraftfahrzeug

Um die Anwendbarkeit der Regel zu überprüfen, dass unser momentanes Glücksempfinden von der Veränderung unserer aktuellen Lebenssituation abhängt, betrachten wir die in Abbildung 1 dargestellte Nutzung eines Kraftfahrzeugs.

Zum Zeitpunkt $t_1$ gewinnt Erika Mustermann in der Bürgerpark-Tombola einen nagelneuen BMW 116i. Ihre persönlichen Lebensumstände $L(t)$ erhöhen sich dadurch um einen signifikanten Betrag. Zum Zeitpunkt $t_2$ fährt Erikas Bruder Heinz, der sich ihr Auto ausgeliehen hat, beim Rangieren in einer Parklücke auf die Anhängerkupplung eines vor ihm geparkten Fahrzeugs und beschädigt die Frontschürze des Wagens seiner Schwester erheblich. Parallel zum plötzlichen Wertverlust ihres Kraftfahrzeugs sinkt Erikas Lebenssituationspegel $L(t)$. Freundlicherweise bezahlt ihre Versicherung zum Zeitpunkt $t_3$ den Austausch der demolierten Frontschürze in einer Fachwerkstatt, so dass der

der Lebensumstände in die Einheit des Glücks umrechnen muss. Wir gehen aber zur Vereinfachung davon aus, dass $L(t)$ und $G(t)$ im physikalischen Sinne dimensionslos sind, bzw. durch Normierung gemacht wurden.

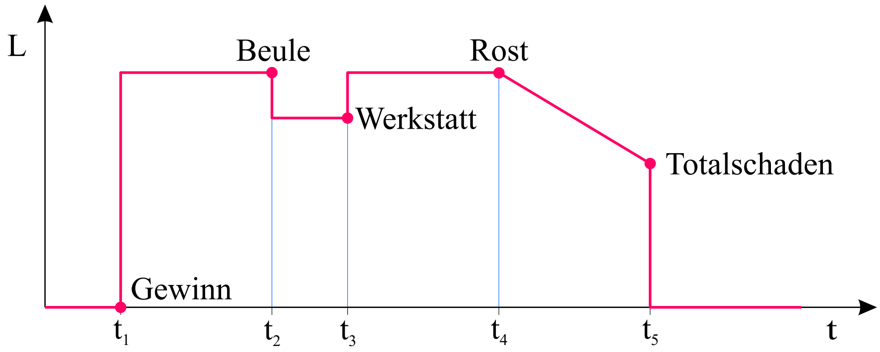


Abbildung 1: Ein Autoleben

Wert des Wagens praktisch wieder auf seinen Ursprungswert springt. Zum Zeitpunkt $t_4$ beginnt das Fahrzeug zu rosten (und nein – die dargestellten Abszissen- und Ordinatenwerte sind keineswegs maßstäblich; es lassen sich daraus keinerlei Informationen über den Beginn und die Geschwindigkeit des Verfalls der Fahrzeuge der Bayerischen Motoren Werke AG ablesen). Zwischen $t_4$ und $t_5$ verliert das Fahrzeug kontinuierlich an Wert, was sich in einer Geraden mit negativer Steigung ausdrückt. Zum Zeitpunkt $t_5$ verliert Erika leicht alkoholisiert auf regennasser Fahrbahn die Kontrolle über ihr Fahrzeug; Der Wagen überschlägt sich mehrfach – Totalschaden! Wie durch ein Wunder überlebt Erika den Unfall völlig unverletzt.

## 3.2 Differenzierte Betrachtungsweise

Mathematiker verwenden zur Beschreibung der Veränderung (Steigung) einer Variablen einen Differenzialquotienten, genauer die erste Ableitung der Variablen nach der Zeit [1]. In diesem Modell wäre also das Glück die Zeitableitung[2] oder der Gradient der Lebensumstände:

$$G(t) = T_D \cdot \frac{dL(t)}{dt} = T_D \cdot \dot{L}(t) \tag{2}$$

Wenn wir Gleichung (2) auf den in Abbildung 1 dargestellten Zeitverlauf der Lebensumstände der Autobesitzerin anwenden,[3] erhalten wir den Zeitverlauf (Abbildung 2) ihres momentanen Glücksgefühls.

Dabei wird gemäß der Definition einer Zeitableitung berücksichtigt, dass die $G(t)$-Kurve nur dann einen von null verschiedenen Wert besitzt, wenn sich die $L(t)$-Kurve gerade

[2] Auch hier gibt der Faktor $T_D$ an, wie groß das individuelle Glücksempfinden bei einer bestimmten Änderung der Lebensumstände ist: Formal ist $T_D$ die Zeit, in der die Lebensumstände um 1 angestiegen sein müssen, um Glück mit dem Wert von 1 zu produzieren. Unter der Annahme, dass Lebensumstände und Glück dimensionslos sind, besitzt $T_D$ daher die Einheit Sekunde.

[3] Zur Simulation benutzen wir das in Abschnitt 6 beschriebene Simulink-Modell [2]. Die Zeitkonstante $T_D$ setzen wir dabei auf einen Wert von eins.

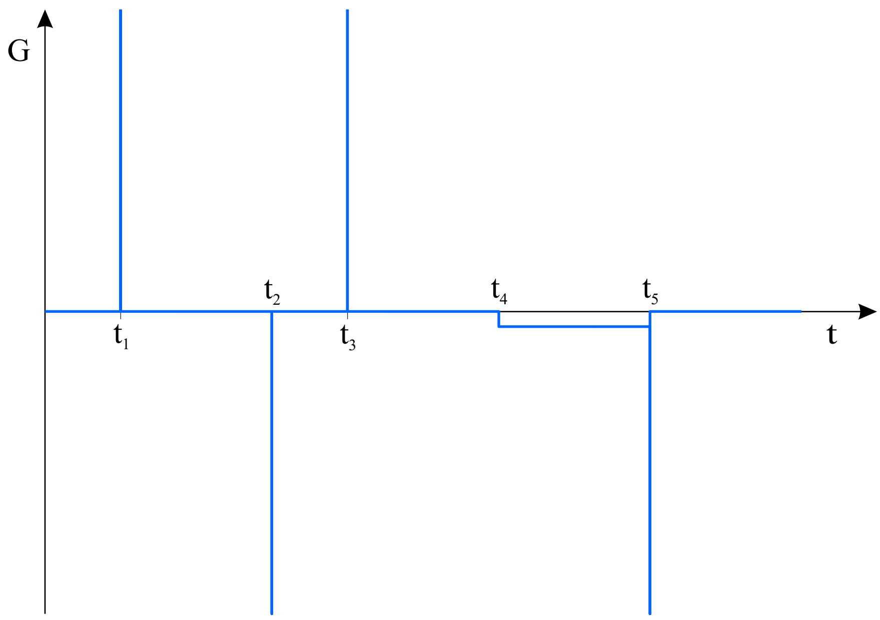


Abbildung 2: Glücksverlauf mit reinem Differenzierer

ändert. Die Steigung, also die Änderungsgeschwindigkeit von $L(t)$, bedingt dabei den Wert von $G(t)$. Solange $L(t)$ konstant ist, bleibt $G(t)$, als Ableitung einer Konstanten, null.

Wenn also zum Zeitpunkt $t_1$ – bedingt durch den Tombolagewinn – die $L(t)$-Kurve auf einen höheren Wert springt, bewirkt diese Veränderung, dass auch die Glückskurve $G(t)$ positiv ausschlägt. Da der Kraftfahrzeuggewinn in infinitesimal kurzer Zeit geschieht: „Plötzlich hatte ich ein Auto", ist die Steigung und damit die Ableitung der $L(t)$-Kurve unendlich groß; die Glückskurve wächst daher kurzzeitig über alle Grenzen: „Meine Freude war riesengroß." Zwischen $t_1$ und $t_2$ ist $L(t)$ konstant, die Steigung von $L(t)$ und damit der Wert[4] von $G(t)$ ist wieder null: „Man gewöhnt sich ja so schnell daran." Zum Zeitpunkt $t_2$ vermindert sich der Wert des Fahrzeugs plötzlich. Die unendlich große negative Steigung von $L(t)$ bewirkt einen kurzzeitigen negativen Impuls von $G(t)$: „Über die Beule war ich schon sehr unglücklich." In der Phase zwischen $t_2$ und $t_3$ ist $L(t)$ wieder (auf niedrigerem Niveau) konstant, so dass keine weiteren Gefühle angeregt werden: „Die Beule hatte ich schon wieder vergessen", bis dann zum Zeitpunkt $t_3$ wieder ein positiver Sprung von $L(t)$ und damit verbunden ein positiver Impuls von $G(t)$ stattfindet: "Ich war sehr froh, als ich den Brief von der Versicherung in den Händen hielt." Wenn zwischen $t_4$ und $t_5$ der Wert des Fahrzeugs durch fortschreitende Auflösungserscheinungen kontinuierlich sinkt, bewirkt diese konstante negative Steigung der $L(t)$-Kurve, dass die $G(t)$-Kurve auf einen konstanten negativen Wert absackt: „Jeden Tag konnte ich mich über eine neue Roststelle ärgern." Der Totalschaden bei $t_5$ lässt den Wert des Wagens schlagartig auf null absinken; die Glückskurve reagiert wieder mit einem Impuls nach

[4]Das abrupte Absacken des Glückspegels sofort nach $t_1$ ist allerdings nicht realistisch und wird in Abschnitt 3.3 korrigiert.

minus unendlich: „Ich habe mich noch nie so elend gefühlt."

## 3.3 Die ganze Welt ist ein Tiefpass

Drei Phasen können wir mit einem reinen Differenzierer schon recht wirklichkeitsnah modellieren: Das starke Empfinden von Glück oder Unglück bei einem plötzlich auftretenden Lebenssituationssprung, das konstante Gefühl bei einer kontinuierlichen Veränderung der Lebensumstände und die Tatsache, dass ein Zustand, der sich über eine längere Zeit nicht verändert, von unserem Unterbewusstsein ausgeblendet wird und nichts mehr zu unserem Gefühlsleben beiträgt.

Ziemlich unrealistisch erscheinen allerdings die Übergangsvorgänge zwischen den drei beschriebenen Phasen. Beispielsweise entspricht das sofortige Zurückspringen des Glücksempfindens nach Auftreten der Lebensumstandssprünge bei $t_1$, $t_2$, $t_3$, $t_5$ überhaupt nicht unserer menschlichen Natur. In der Wirklichkeit hält die Freude, die wir empfinden, nachdem uns etwas Schönes widerfahren ist, auch nach dem Ereignis noch an; es dauert eine ganze Weile, bis wir uns auch an den neuen Zustand gewöhnt haben und unsere momentane Glückskurve langsam wieder absinkt.

In der Technik werden solche verzögerten Reaktionen durch Tiefpässe (Verzögerungsglieder) modelliert: Massen werden verzögert abgebremst, Luftvorratsbehälter können nicht beliebig schnell aufgefüllt werden, Kondensatoren werden über Widerstände langsam aufge- bzw. entladen [3]. Die mathematische Modellierung derartiger dynamischer Vorgänge geschieht im Zeitbereich mit Hilfe von Differenzialgleichungen [4]. Dazu ergänzen wir die linke Seite von Gleichung (2) so, dass dort nicht nur $G(t)$, sondern auch Ableitungen von $G(t)$ auftreten:

$$\frac{1}{\omega_0^2} \cdot \ddot{G}(t) + \frac{2D}{\omega_0} \cdot \dot{G}(t) + G(t) = T_D \cdot \dot{L}(t) \tag{3}$$

In diesem Tiefpass zweiter Ordnung bestimmen die dimensionslose Dämpfung $D$ und die Eigenkreisfrequenz $\omega_0$ (Einheit: $\frac{1}{s}$), wie schnell das Glücksempfinden $G(t)$ bei einem Sprung der Lebensumstände $L(t)$ ansteigt und wieder abfällt. Um die Differenzialgleichung leichter simulieren zu können, wollen wir sie im Laplace-Bereich als Übertragungsfunktion ausdrücken [5]. Dazu multiplizieren wir auf beiden Seiten der Differenzialgleichung mit dem Quadrat der Eigenkreisfrequenz:

$$\ddot{G}(t) + 2D\omega_0\dot{G}(t) + \omega_0^2 G(t) = \omega_0^2 T_D \dot{L}(t) \tag{4}$$

Bei der Laplace-Transformation[5] multiplizieren wir – stark vereinfacht – eine abgeleitete

[5]Der Laplace-Bereich wird in der Regelungstechnik gerne auch als Bild- oder Frequenzbereich bezeichnet. Die Laplace-Variable $s$ stellt darin eine komplexe Frequenz dar, von der die in den Laplace-Bereich transformierten Großen abhängen: $s = \sigma + j\omega$.

Größe für jeden ihrer „Ableitungspunkte" mit einem $s$:

$$s^2G(s) + 2D\omega_0 sG(s) + \omega_0^2 G(s) = \omega_0^2 T_D sL(s) \tag{5}$$

Auf der linken Seite der jetzt algebraischen Gleichung können wir $G(s)$ ausklammern:

$$G(s)\left(s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2\right) = \omega_0^2 T_D sL(s) \tag{6}$$

Ähnlich wie ein Wirkungsgrad ist die Übertragungsfunktion $U(s)$ als Quotient von Ausgangsgröße $G(s)$ zu Eingangsgröße $L(s)$ definiert [6]. Durch beidseitige Division von Gleichung (6) durch $L(s)$ und durch $(s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2)$ erhalten wir eine gebrochen rationale Übertragungsfunktion in $s$:

$$U(s) = \frac{G(s)}{L(s)} = \frac{\omega_0^2 T_D s}{s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2} \tag{7}$$

Am linearen $s$ im Zähler der Übertragungsfunktion lässt sich das differenzierende Verhalten des Systems ablesen; der Nenner zeigt mit seinem quadratischen $s$-Polynom an, dass der Differenzierer mit einem Tiefpass zweiter Ordnung verzögert wird. Regelungstechniker bezeichnen solch ein System als D-$T_2$. Wenn wir nun noch geeignete Parameter[6] einsetzen (beispielsweise: $T_D = 1$, $\omega_0 = 10$, $D = 1$), erhalten wir als Übertragungsfunktion

$$U(s) = \frac{100s}{s^2 + 20s + 100} \tag{8}$$

und können die Reaktion des D-$T_2$ in Simulink einfach simulieren (s. Abschnitt 6).

Der in Abbildung 3 dargestellte Zeitverlauf kommt der Realität schon ziemlich nahe. Im Gegensatz zu den senkrechten Nadelimpulsen in Abbildung 2 braucht die Glückskurve jetzt einen Augenblick, um ihr Maximum zu erreichen: „Ich konnte es zuerst gar nicht fassen, dass ich tatsächlich gewonnen hatte." Der Maximalwert ist jetzt nicht mehr unendlich, sondern hängt von der Sprunghöhe der Lebensumstände ab: „So schlimm war die kleine Beule ja nun auch wieder nicht" und es dauert eine ganze Weile, bis die Glückskurve wieder sanft auf ihren Neutralwert zurückkehrt: „Noch tagelang war ich wie betrunken vor Glück."

[6] Der Verstärkungsfaktor $T_D$ bestimmt dabei, mit welcher Amplitude die Glückskurve auf einen Sprung der Lebensumstände reagiert. Die Eigenkreisfrequenz $\omega$ definiert die Geschwindigkeit des Anstiegs und des Abfalls der Glückskurve und die Dämpfung $D$ ist ein Maß für die Schwingneigung der Kurve. Für einen gesunden Menschen ist ein Dämpfungswert von $D \approx 1$ sinnvoll; kleinere Werte führen zu pathologischen Schwingungen (s. Abbildung 4 unten).

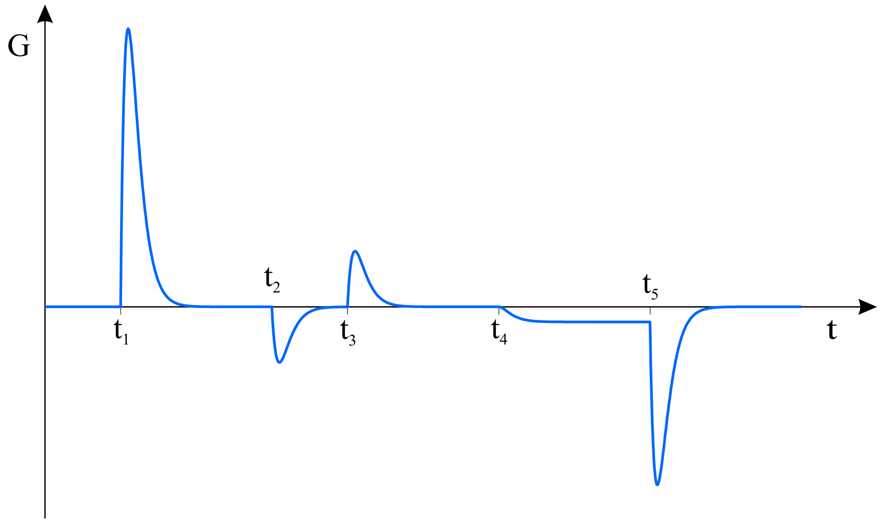


Abbildung 3: Glücksverlauf mit D-$T_2$

# 4 Rosa Rauschen

Manchmal wachen wir morgens auf und sind – aus scheinbar unerfindlichen Gründen – traurig oder, im Gegenteil, besonders gut gelaunt. Auch wenn es möglicherweise verborgene Kausalzusammenhänge gäbe, die unser morgendliches Empfinden mit Träumen, hormonellen Funktionsabläufen oder subliminalen nächtlichen Reizen erklären könnten; wir kennen diese komplexen Zusammenhänge nicht und können daher kein deterministisches Modell erstellen, das den Einfluss aller denkbaren externen oder internen Störungen berücksichtigt.

Wenn es aber nur darum geht – rein phänomenologisch – unerklärliche Gefühlsschwankungen zu erzeugen, heißt das Zauberwort „Farbiges Rauschen" [7]. Moderne Programmiersprachen und Simulationsumgebungen stellen Zufallszahlengeneratoren zur Verfügung, mit denen gleichverteilte[7] oder normalverteilte[8] Zufallszahlen erzeugt werden können [9]. In Abbildung 4 ist mittelwertfreies normalverteiltes Rauschen dargestellt, das wir daran erkennen können, dass die meisten Werte klein (um die Null herum) sind und nur vereinzelt größere Werte auftreten.

Die obere Kurve in Abbildung 4 stellt weißes Rauschen dar. Wie bei weißem Licht sind dort alle Frequenzanteile gleichermaßen vorhanden. Es gibt sowohl langsame Änderungen (niedrige Frequenz) als auch sehr schnelle Änderungen (hohe Frequenz), bei denen die Kurve in einem Zeitschritt von einem stark negativen Wert zu einem großen positiven Wert springt. Wenn wir dieses Signal für die Simulation menschlicher Gefühlsschwan-

[7]Gleichverteilt: Jede Zahl in einem vorgegebenen Intervall hat die gleiche Wahrscheinlichkeit, gezogen zu werden.

[8]Normalverteilt: Zahlen in der Nähe eines vorgegebenen Mittelwertes haben eine höhere Wahrscheinlichkeit, gezogen zu werden [8].

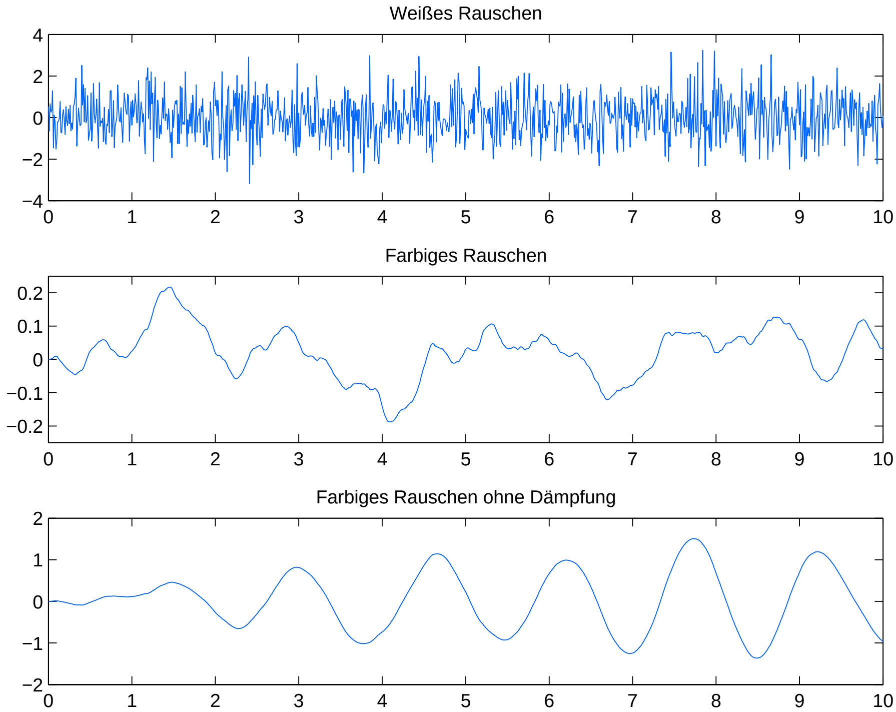


Abbildung 4: Weißes und farbiges Rauschen

kungen verwenden würden, würde der Simulant innerhalb von Sekunden immer wieder zwischen „himmelhochjauchzend" und „zu Tode betrübt" hin und her schwanken; eine in unserer Gesellschaft eher unübliche Gefühlsdynamik. Um das Zufallsgefühlssignal realistischer zu gestalten, müssen wir die hohen Frequenzen, die für die schnellen Änderungen verantwortlich sind, herausfiltern; das dazu benötigte Filter ist wieder unser altbekannter Tiefpass, der – nomen est omen – die tiefen Frequenzen passieren lässt und die hohen Frequenzen sperrt. Schicken wir das weiße Rauschen beispielsweise durch einen Tiefpass (P-$T_2$ in Abbildung 7) mit der Übertragungsfunktion

$$U_T(s) = \frac{16}{s^2 + 8s + 16} \tag{9}$$

so erhalten wir den mittleren Zeitverlauf in Abbildung 4, dessen Werte sich nur noch sehr viel langsamer, weniger sprunghaft und damit realistischer ändern und der als farbiges oder rosa Rauschen bezeichnet wird. Die Dämpfung des Tiefpasses ist auch hier wieder $D = 1$, was dem aperiodischen Grenzfall entspricht, bei dem gerade noch keine Schwingungen auftreten. Als Extrem könnten wir die Dämpfung des Tiefpasses probehalber einmal auf null setzen:

$$U_T(s) = \frac{16}{s^2 + 16} \tag{10}$$

Die resultierende Glückskurve ist in Abbildung 4 unten dargestellt. Wie schon beim weißen Rauschen beurteilt unsere Gesellschaft auch diese ungedämpfte langsame Gefühlsschwingung eher als pathologisch. Das entsprechende psychische Krankheitsbild wird als bipolare affektive Störung („manisch-depressiv”) bezeichnet [10].

Stattdessen verwenden wir das mental gesunde mittlere Signal aus Abbildung 4 und mischen es gemäß Abbildung 7 mit moderater Amplitude auf den Glücksverlauf unseres Beispiels aus Abbildung 3.

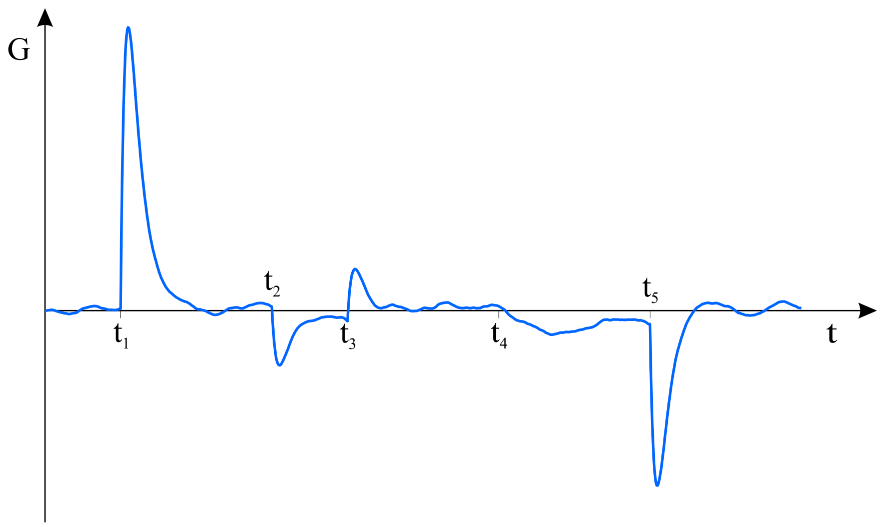


Abbildung 5: Glücksverlauf mit Rauschen

Beide Einzelanteile, also die durch die Änderung der Lebensumstände hervorgerufenen deterministischen Reaktionen und der stochastische Gefühlsschwankungsanteil sind in Abbildung 5 klar zu erkennen. Natürlich variiert das Mischungsverhältnis beider Signale, also die Amplitude des Rauschgenerators im Verhältnis zu $T_D$, von Mensch zu Mensch und kann/muss daher individuell angepasst werden.

Um also auch zufällige Gefühlsschwankungen mitzumodellieren, ergänzen wir auf der rechten Seite der Differenzialgleichung, auf der ja üblicherweise die externen Anregungen zu finden sind, das gefilterte Signal des Rauschgenerators $R_G(t)$:

$$\frac{1}{\omega_0^2} \cdot \ddot{G}(t) + \frac{2D}{\omega_0} \cdot \dot{G}(t) + G(t) = T_D \cdot \dot{L}(t) + R_G(t) \tag{11}$$

# 5 All men are created equal

Jeder von uns kennt Menschen, die „einfach immer schlecht drauf sind” und andere, die offensichtlich grundsätzlich glücklich und zufrieden erscheinen. Vergleicht man die Glückskurve eines notorischen Griesgrams mit der einer gewohnheitsmäßigen Frohnatur bei gleichen Lebensumständen, zeigt sich eine weitestgehend konstante Differenz zwischen den beiden Kurven. In der Technik bezeichnen wir eine solche Verschiebung eines Signals als Offset oder Bias [11]. Auch wenn ein Offset in der Messtechnik häufig durch Messfehler hervorgerufen wird – wer kann schon sagen, ob der anscheinende Trauerkloß in seinem Inneren nicht vielleicht doch ganz zufrieden ist – modellieren lässt sich ein Glücksoffset einfach durch die Addition eines konstanten Summanden $K_{Bias}$ auf der rechten Seite der Differenzialgleichung:

$$\frac{1}{\omega_0^2} \cdot \ddot{G}(t) + \frac{2D}{\omega_0} \cdot \dot{G}(t) + G(t) = T_D \cdot \dot{L}(t) + R_G(t) + K_{Bias} \tag{12}$$

Die in Abbildung 6 dargestellte Glückskurve wurde – im Vergleich zu Abbildung 5 – bei einem positiven Offset (s. Abbildung 7) als Ganzes ein kleines Stück nach oben verschoben.

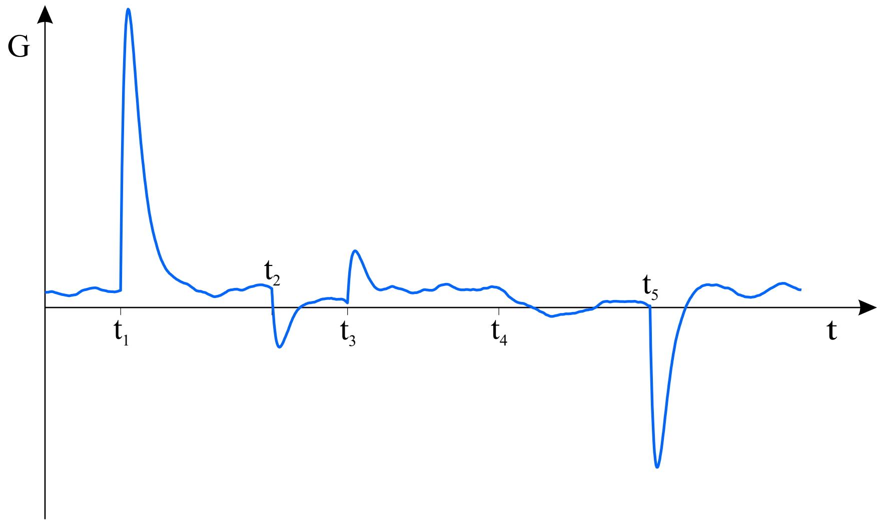


Abbildung 6: Glücksverlauf mit Rauschen und Offset

Die Verschiebung bewirkt – zusammen mit dem Rauschanteil – dass die Kurve selbst im Zeitbereich zwischen $t_4$ und $t_5$ positive Phasen erreicht. Auf das Beispiel bezogen kann der realistisch simulierte positiv vorgespannte Mensch also zeitweise Freude empfinden, obwohl seine Lebensumstände – bedingt durch den kontinuierlichen Verfalls seines Kraftfahrzeugs – einen negativen Gradienten aufweisen.

# 6 Blöckchen schieben

Simulink® ist eine auf MATLAB® basierende Simulationsumgebung, die es mit ihrer umfangreichen Blockbibliothek sehr einfach macht, dynamische Systeme zu simulieren. In

Abbildung 7 ist das Blockschaltbild dargestellt, mit dem das in Abschnitt 3.1 beschriebene Beispiel simuliert werden kann.

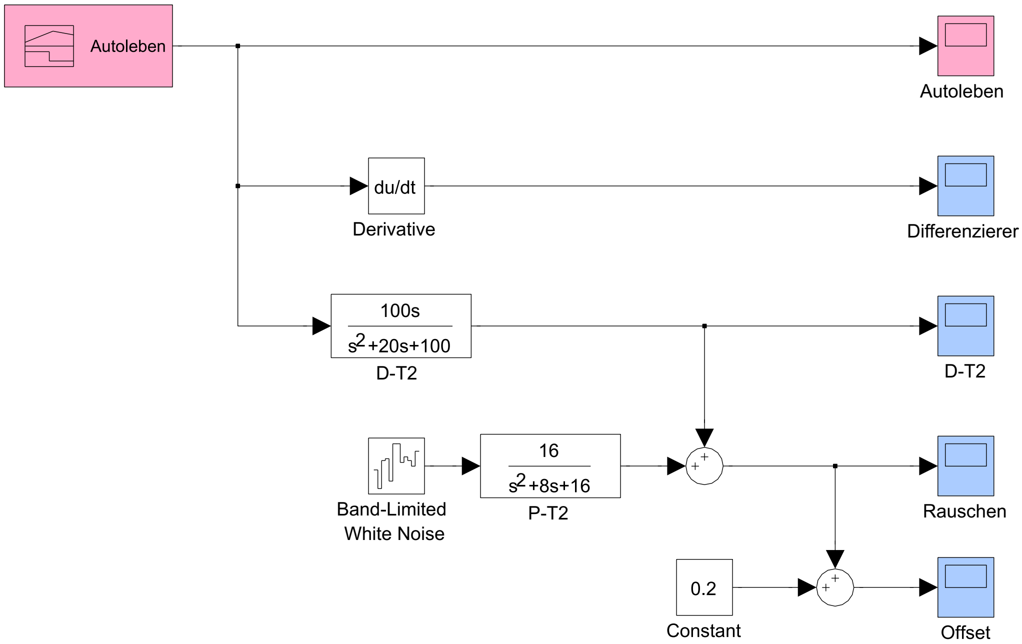


Abbildung 7: Simulink-Blockschaltbild

Zur Erzeugung des in Abbildung 1 dargestellten Zeitverlaufs eines Autolebens verwenden wir Simulinks Signal Builder-Block (s. Abbildung 8), mit dem die einzelnen Eckpunkte des Signals komfortabel mit der Maus gesetzt und korrigiert werden können.

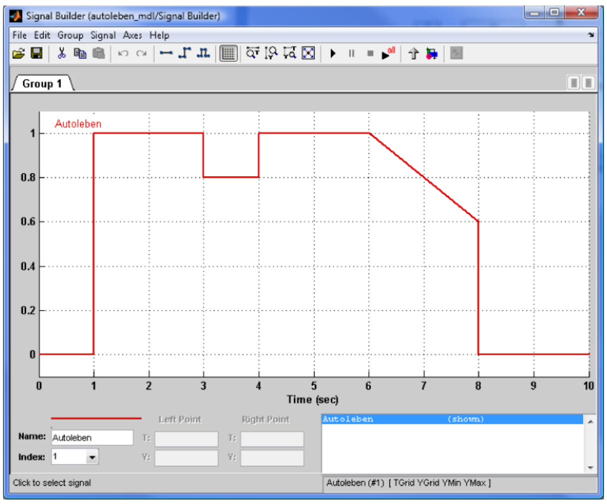


Abbildung 8: Signal Builder

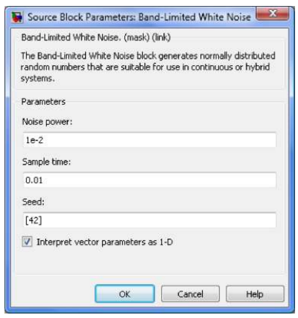


Abbildung 9: White Noise

Das vom Signal Builder-Block erzeugte Signal wird im obersten Scope auf der rechten Seite von Abbildung 7 angezeigt und als Eingangssignal $L(t)$ für die diskutierten

Differenzialgleichungen verwendet:

- Den reinen Differenzierer in Gleichung (2) modellieren wir durch einen Derivative-Block, der sein Eingangssignals einfach nur ableitet; die Differenziationszeitkonstante hat hier also den Wert $T_D = 1$.
- Der zusätzliche Tiefpass macht gemäß Gleichung (3) aus dem reinen D-Glied ein D-$T_2$-System mit der in Gleichung (8) definierten Übertragungsfunktion. Deren Zähler- und Nennerkoeffizienten können wir unter Simulink direkt in einem Transfer Fcn-Block eintragen.
- Weißes Rauschen wird unter Simulink mit einem Band-Limited White Noise-Block erzeugt. Die dabei verwendeten Parameter zeigt Abbildung 9. Das weiße Rauschen wird durch einen weiteren Transfer Fcn-Block mit der Übertragungsfunktion gemäß Gleichung (9) geschickt und dem Signal des D-$T_2$ hinzugefügt, um die in Gleichung (11) definierte Differenzialgleichung zu modellieren.
- Für Gleichung (12) muss jetzt nur noch ein konstanter Offset addiert werden. Dieser kommt aus einem dafür vorgesehenen Constant-Block.

# 7 Wichtung ist wichtig

Jetzt fehlt in unserem Glücksmodell eigentlich nur noch ein entscheidender Anteil. Die Parameter $T_D$, $D$, $\omega_0$ und $K_{Bias}$ und die des Rauschgenerators und seines Tiefpassfilters lassen uns zwar schon jede Menge Freiheiten, sehr unterschiedliche menschliche Charaktere zu modellieren; aber wir haben die Tatsache noch nicht berücksichtigt, dass die primäre Anregung der Differenzialgleichung, nämlich unsere Lebensumstände, nicht nur aus einer Zustandsgröße, sondern im wirklichen Leben aus beliebig vielen Einzelanregungen besteht. Es ist eben nicht nur – wie im Beispiel – der Zustand unseres Kraftfahrzeugs, der unser Wohlbefinden bestimmt; auch beispielsweise unsere Gesundheit, unsere finanzielle Lage, unsere berufliche Situation oder der Zustand unser Partnerschaft haben gleichzeitig Einfluss auf unser Gefühlsleben.

In der Optimierungstechnik werden mehrere Einzelkosten häufig durch lineare Überlagerung in einer skalaren Kostenfunktion zusammengefasst. Die einzelnen Einflussgrößen $L_i$ werden dabei mit individuellen Wichtungsfaktoren $T_{Di}$ versehen und aufsummiert:

$$T_{D1} \cdot L_1 + T_{D2} \cdot L_2 + \cdots + T_{Dn} \cdot L_n = \sum_{i=1}^{n} T_{Di} \cdot L_i \tag{13}$$

Die $L_i$ entsprechen dann den verschiedenen Einzelgrößen, die den Gesamtzustand beschreiben, in dem wir uns gerade befinden (beispielsweise: $L_1 = \mathit{Gesundheit}$, $L_2 = \mathit{Reichtum}$, $L_3 = \mathit{Bildung}$, $L_4 = \mathit{Fitness}$, …, $L_n = \mathit{Aussehen}$). Die $T_{Di}$ definieren, wie viel Glück wir aus dem jeweiligen $L_i$ bzw. seiner Ableitung ziehen möchte. Wenn jemand beispielsweise seine Gesundheit und seine Fitness sehr wichtig nimmt, ihm aber Geld fast und Bildung und Aussehen völlig egal sind, könnte der auf den beispielhaften $\boldsymbol{L}$-Vektor bezogene Wichtungsvektor $\boldsymbol{T_D} = [0.8,\ 0.1,\ 0,\ 0.8,\ \ldots,\ 0]^T$ lauten.

Alternativ lässt sich Gleichung (13) als Skalarprodukt aus einem Wichtungsvektor $\boldsymbol{T_D}$ und einem Einflussgrößenvektor $\boldsymbol{L}$ schreiben [12]:

$$T_{D1} \cdot L_1 + T_{D2} \cdot L_2 + \cdots + T_{Dn} \cdot L_n = \begin{bmatrix} T_{D1} \\ T_{D2} \\ \vdots \\ T_{Dn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} = \boldsymbol{T_D} \cdot \boldsymbol{L} \tag{14}$$

Da auch die Differenziation eine lineare Operation ist, kann der konstante Wichtungsvektor vorgezogen werden

$$\frac{d}{dt}\left(\boldsymbol{T_D} \cdot \boldsymbol{L}\right) = \boldsymbol{T_D} \cdot \frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{T_D} \cdot \dot{\boldsymbol{L}} \tag{15}$$

so dass wir unsere Glücksdifferenzialgleichung für den Fall mehrerer Lebensumstandsgrößen vektorisieren können:

$$\frac{1}{\omega_0^2} \cdot \ddot{G}(t) + \frac{2D}{\omega_0} \cdot \dot{G}(t) + G(t) = \boldsymbol{T_D} \cdot \dot{\boldsymbol{L}} + R_G(t) + K_{Bias} \tag{16}$$

## 7.1 Glücksoptimierung

Wenn es unser erklärtes Ziel ist, ein Leben lang möglichst glücklich und zufrieden zu sein und wenn es verschiedene Quellen $L_i$ gibt, aus denen wir Zufriedenheit schöpfen können, dann ist es doch sinnvoll, immer gerade die Quellen zu nutzen, die momentan besonders reichhaltig sprudeln. Die grafisch-technische Veranschaulichung des dazu verwendeten, in unserem Unterbewusstsein ständig ablaufenden Optimierungsprozesses ist in Abbildung 10 dargestellt [13].

Ausgehend von einer bestimmten Konfiguration der Wichtungsparameter $T_{Di}$ ermittelt der DGl-Block gemäß Gleichung (16) unseren aktuellen Zufriedenheitszustand $G(t)$. Der folgende Block bildet daraus das Integral $\int G(\tau)d\tau$, also quasi die Gesamtsumme an Glück, die wir in der letzten Zeit erfahren haben. Dieses in der jüngsten Vergangenheit erlebte Gesamtglück ist nun die Größe, die unser bordeigener Optimierer zu maximieren versucht. Er verändert dazu immer wieder die Zahlenwerte der Wichtungsfaktoren, misst eine gewisse Zeit, wie sich dies auf unser Gesamtglück auswirkt und dreht dann gerade die Wichtungkoeffizienten weiter auf, die sich momentan positiv auf unser Zufriedenheitsintegral auswirken.

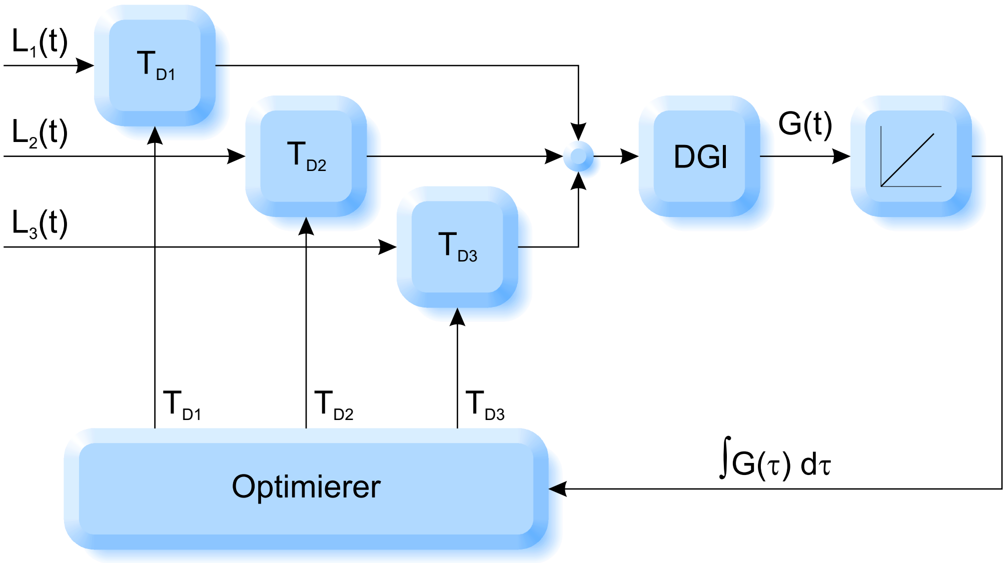


Abbildung 10: Glücksoptimierung

Unser Wichtungsvektor $\boldsymbol{T_D}$ wird sich also im Laufe unseres Lebens sinnvollerweise immer wieder ändern. In der Jugend ist der Gradient in sehr vielen Lebensbereichen positiv und kann für unsere Glücksoptimierung genutzt werden. Wir wachsen beispielsweise auf dem Gebiet der Bildung, der Körperstärke und selbst unsere finanzielle Situation verbessert sich stetig. Gesundheit ist für die meisten Jugendlichen kein Thema; die Ableitung ist hier häufig über längere Zeit null, der Absolutwert stagniert auf hohem Niveau.

Im mittleren Lebensabschnitt haben häufig berufliche, finanzielle und familiäre Entwicklungen den höchsten positiven Gradienten. Wenn sich beispielsweise unsere berufliche Situation gerade kräftig verbessert, drehen wir den entsprechenden Wichtungskoeffizienten vielleicht herauf und das $T_D$ der Gesundheit, die häufig parallel dazu eine negative Steigung besitzt, herunter. Kinder sind für fast alle Menschen eine stete Quelle von Glück; Kein Wunder – ist doch die Steigung in praktisch allen Bereichen der Kindesentwicklung durchweg positiv.

Im Alter schaffen es glückliche Menschen, die teilweise stark negativen Gradienten beispielsweise der Gesundheit und des Aussehens durch Zurückfahren der entsprechenden Wichtungsfaktoren auszublenden und so deren Einfluss auf ihre Zufriedenheit zu minimieren. Stattdessen konzentrieren wir uns auch im Alter auf die Bereiche unseres Lebens, in denen wir noch ein Steigerungspotenzial besitzen. Viele zufriedene ältere Menschen beginnen neue Hobbys, lernen Sprachen oder Kochen, beschäftigen sich mit Kunst oder betrachten still lächelnd die positive Entwicklung ihrer Enkel.

...viel Glück!

# Literatur


[1] Verschiedene Autoren. Begriffserklärung: Differenzialrechnung. *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*, 2009. `http://de.wikipedia.org/wiki/Differentialrechnung`.

[2] Verschiedene Autoren. Begriffserklärung: Simulink. *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*, 2009. `http://de.wikipedia.org/wiki/Simulink`.

[3] Verschiedene Autoren. Begriffserklärung: Tiefpass. *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*, 2009. `http://de.wikipedia.org/wiki/Tiefpass`.

[4] Verschiedene Autoren. Begriffserklärung: Differenzialgleichung. *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*, 2009. `http://de.wikipedia.org/wiki/Differentialgleichung`.

[5] Verschiedene Autoren. Begriffserklärung: Laplace-Transformation. *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*, 2009. `http://de.wikipedia.org/wiki/Laplace-Transformation`.

[6] Verschiedene Autoren. Begriffserklärung: Übertragungsfunktion. *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*, 2009. `http://de.wikipedia.org/wiki/%C3%9Cbertragungsfunktion`.

[7] Verschiedene Autoren. Begriffserklärung: Rauschen. *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*, 2009. `http://de.wikipedia.org/wiki/Rauschen_(Physik)`.

[8] Verschiedene Autoren. Begriffserklärung: Normalverteilung. *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*, 2009. `http://de.wikipedia.org/wiki/Normalverteilung`.

[9] Verschiedene Autoren. Begriffserklärung: Zufallszahlengenerator. *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*, 2009. `http://de.wikipedia.org/wiki/Zufallszahlengenerator`.

[10] Verschiedene Autoren. Begriffserklärung: Bipolare affektive Störung. *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*, 2009. `http://de.wikipedia.org/wiki/Bipolare_affektive_St%C3%B6rung`.

[11] Verschiedene Autoren. Begriffserklärung: Bias. *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*, 2009. `http://de.wikipedia.org/wiki/Bias_(Elektronik)`.

[12] Verschiedene Autoren. Begriffserklärung: Skalarprodukt. *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*, 2009. `http://de.wikipedia.org/wiki/Skalarprodukt`.

[13] Verschiedene Autoren. Begriffserklärung: Optimierung. *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*, 2009. `http://de.wikipedia.org/wiki/Optimierung_(Mathematik)`.